

### DS n°3 QCM MPSI-3 Mercredi 12 décembre 2018

Prénom et NOM :  
.....

Les questions peuvent présenter zéro, une ou plusieurs bonnes réponses. Des points négatifs sont attribués à de mauvaises réponses. Mettre une croix bien nette ou noircir la ou les cases à l'encre noire foncée. Surtout, ne rien inscrire en dehors des cases prévues à cet effet et faire un brouillon.

**Question 1 ♣** Pour copier une liste L (L\_copy doit contenir les mêmes éléments que L dans le même ordre et on ne veut pas qu'une modification de L\_copy modifie L) on peut écrire :

- L\_copy = list(L)                       L\_copy = L                       L\_copy = list(set(L))
- L\_copy = L[0:len(L)]                       L\_copy = L[:]                       L\_copy = L[0:-1]

**Question 2 ♣** On pose L = list(range(10)), on a :

- L[-2:] == [8, 9]                       L[:5] == [0, 5, 10]                       L[2:5] == [2, 3, 4]
- L[::-3] == [9, 6, 3, 0]                       L[2:3] == L[2] + L[3]                       L[:3] == [0, 1, 2, 3]

On considère les deux programmes suivants en supposant en arguments deux entiers naturels.

```

1 def myst1(x, y):
2     a, b = x, y
3     res = 0
4     while b > 0:
5         if b % 2 == 1:
6             res = res + a
7         a = a * 2
8         b = b // 2
9     return res

1 def myst2(x, y):
2     a, b = x, y
3     res = 1
4     while b > 0:
5         if b % 2 == 1:
6             res = res * a
7         a = a ** 2
8         b = b // 2
9     return res

```

**Question 3 ♣** Quelles sont les expressions vraies ?

- myst2(0, 0) == 0                       myst2(2, 9) == 256                       myst1(8, 7) == 52
- myst1(4, 2) == 42                       myst1(0, 0) == 0                       myst2(4, 2) == 16

**Question 4 ♣** Quelles quantités sont simultanément des variants pour les boucles des deux fonctions ?

- y                       -a                       res                       a - b
- y + b                       b                       b - a                       x + y

**Question 5 ♣** La complexité de ces deux fonctions, en choisissant comme taille de l'entrée les entiers eux-mêmes, est un :

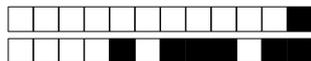
- $\Theta(x)$                         $\Theta(x + y)$                         $\Theta(x \times y)$                         $\Theta(x \log y)$
- $\Theta(y)$                         $\Theta(y!)$                         $\Theta(\log y)$                         $\Theta(y \log x)$

**Question 6 ♣** Est invariant pour la boucle while de la fonction myst1 :

- $res \times b^a = y^x$                         $b \geq 0$                         $res = x + y$                         $res + ab = xy$
- $res + a + b = x + y$                         $res = x^y$                         $res \times a^b = x^y$                         $res = xy$

**Question 7 ♣** Est invariant pour la boucle while de la fonction myst2 :

- $res + a + b = x + y$                         $res = x + y$                         $b \geq 0$                         $res + ab = xy$
- $res = xy$                         $res \times b^a = y^x$                         $res = x^y$                         $res \times a^b = x^y$



On cherche à écrire une fonction qui, pour un élément  $x$  et un tableau  $t$  de taille  $n \geq 1$  supposé trié par ordre croissant, renvoie True si l'élément est présent dans le tableau et False sinon. Cette partie est difficile. Il est conseillé de bien prendre son temps et de relire plusieurs fois le sujet.

```
1 def recherche1(x, t):
2     f = len(t) - 1
3     d = 0
4     while d <= f:
5         m = (d + f) // 2
6         if x == t[m]:
7             return True
8         elif x < t[m]:
9             f = m - 1
10        else:
11            d = m + 1
12        return False

1 def recherche2(x, t):
2     f = len(t) - 1
3     d = 0
4     while 1 < f - d:
5         m = (d + f) // 2
6         if x < t[m]:
7             f = m
8         else:
9             d = m
10        return x == t[d]

1 def recherche3(x, t):
2     f = len(t) - 1
3     d = 0
4     while f - d >= 1:
5         m = (d + f) // 2
6         if x < t[m]:
7             f = m
8         else:
9             d = m
10        return x == t[d]

1 def recherche4(x, t):
2     n = len(t)
3     i = 0
4     while n >= 2:
5         k = n // 2
6         if x < t[i + k]:
7             n = k
8         else:
9             i = i + k
10            n = n - k
11        return x == t[i]
```

**Question 8 ♣** La complexité au pire de la fonction recherche1, en fonction de  $n$  est un :

- |  |   |   |
|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> $\Theta(n)$   | <input type="checkbox"/> $\Theta(1)$      | <input type="checkbox"/> $\Theta(n \log n)$ |
| <input type="checkbox"/> $\Theta(2^n)$ | <input type="checkbox"/> $\Theta(\log n)$ | <input type="checkbox"/> $\Theta(n^2)$      |

**Question 9 ♣** La fonction recherche1 :

- |  |   |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> est toujours correcte           | <input type="checkbox"/> admet $d \leq f-1$ comme invariant de boucle                         |
| <input type="checkbox"/> termine toujours                | <input type="checkbox"/> admet $x \in t \Rightarrow x \in t[d : f]$ comme invariant de boucle |
| <input type="checkbox"/> est correcte quand elle termine |   |

**Question 10 ♣** La fonction recherche2 :

- |   |   |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> admet $d \leq f-1$ comme invariant de boucle | <input type="checkbox"/> est correcte quand elle termine                    |
| <input type="checkbox"/> termine toujours                             | <input type="checkbox"/> admet $x \in t[d : f+1]$ comme invariant de boucle |
| <input type="checkbox"/> est toujours correcte                        |   |

**Question 11 ♣** La fonction recherche3 :

- |   |   |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> admet $d \leq f$ comme invariant de boucle | <input type="checkbox"/> termine toujours   |
| <input type="checkbox"/> est correcte quand elle termine            | <input type="checkbox"/> admet $x \in t \Rightarrow x \in t[d : f+1]$ comme invariant de boucle |
| <input type="checkbox"/> est toujours correcte                      |   |

**Question 12 ♣** La fonction recherche4 :

- |   |   |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> est toujours correcte                      | <input type="checkbox"/> termine toujours   |
| <input type="checkbox"/> est correcte quand elle termine            | <input type="checkbox"/> admet $x \in t \Rightarrow x \in t[i : i+n]$ comme invariant de boucle |
| <input type="checkbox"/> admet $n \geq 1$ comme invariant de boucle |   |