

Devoir surveillé n° 02 — 30 min

EXERCICE 1

Déterminer les préfixes, les suffixes, les facteurs et les sous-mots du mot aba .

EXERCICE 2

Pour chaque expression régulière suivante sur $\Sigma = \{a, b\}$, donner une expression régulière linéaire équivalente la plus simple possible :

1. $(\epsilon|a|a^2)^*$
2. $\emptyset \cdot a$
3. ϵa
4. $\epsilon|a|a^2|a^3a^*$
5. $\epsilon|(a|b)^*$
6. $(a^*b)^*a^*$

EXERCICE 3

L'ensemble des préfixes d'un langage local est-il un langage local ? Justifier à l'aide d'une preuve ou d'un contre-exemple.

EXERCICE 4

On considère $\Sigma = \{a, b\}$. Déterminer dans chaque cas une expression régulière, la plus simple possible, qui dénote le langage des :

1. mots qui contiennent au plus un a ;
2. mots qui contiennent au moins un a et au moins un b ;
3. mots tels que toute suite de a (consécutifs) soit de longueur paire ;
4. mots dont la longueur n'est pas divisible par 3 ;

5. mots contenant deux lettres consécutives égales ;
6. mots ne contenant pas deux lettres consécutives égales ;

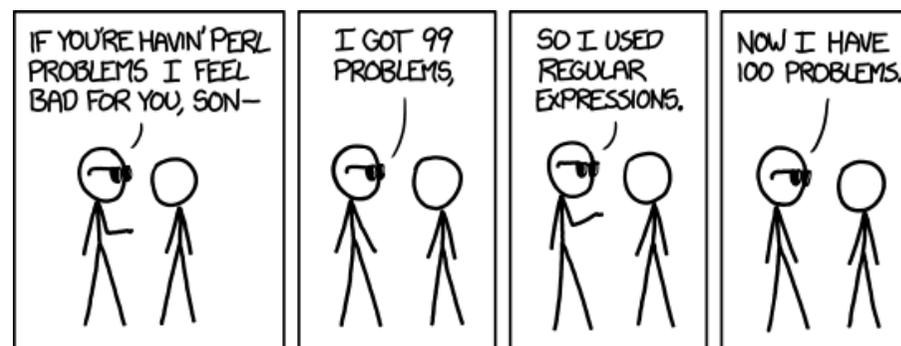
EXERCICE 5

Montrer que le langage $L = \{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N}, n + m \equiv 0 \pmod{2}\}$ est régulier.

EXERCICE 6

Un langage $L \subseteq \Sigma^*$ est *stable par concaténation* si $\epsilon \in L$ et si pour tout $u, v \in L$, $uv \in L$. Un mot non vide $u \in L \setminus \{\epsilon\}$ est un *générateur* de L s'il n'est pas concaténation de deux mots non vide de L , autrement dit si la condition $u = vw$ avec $v, w \in L$ implique $v = \epsilon$ ou $w = \epsilon$. On note $G(L)$ l'ensemble des générateurs d'un langage $L \subseteq \Sigma^*$.

1. Montrer qu'un langage $L \subseteq \Sigma^*$ est stable par concaténation si et seulement si $L = L^*$.
2. On pose $L = \{baaab, abab, baa, abbaa, ab, baab, baabaaab\}$. Déterminer les générateurs de L . Ce langage est-il stable par concaténation ?
3. Soit L un langage stable par concaténation. Montrer que $L = G(L)^*$.
4. Donner un exemple de langage L régulier, local et stable par concaténation tel que $G(L)$ soit infini. Justifier rapidement.



<https://xkcd.com/1171/>