

DS n° 01 (partie B) — 1h30

L'utilisation d'Internet, le partage d'informations avec autrui et la consultation de tout autre document que la documentation des fonctions C et OCAML sont interdits pendant toute la durée de l'épreuve.

Contamination de cellules

Cette partie est uniquement évaluée par la fiche réponse « Contamination de cellules ».

Le choix du langage est libre : C ou OCAML mais pas PYTHON ou autre chose (mon avis personnel est que le sujet est plus facile à traiter en OCAML qu'en C). Votre fichier source doit cependant impérativement avoir pour nom `contamination.ml` ou `contamination.c` en fonction du langage retenu. Il sera à rendre à la fin de l'épreuve mais ne sera pas évalué en tant que tel.

Votre u_0 vous sera donné par votre enseignant. Avec la fiche réponse à remplir, se trouve aussi une fiche réponse déjà remplie avec les réponses attendues pour un \tilde{u}_0 particulier ($\tilde{u}_0 = 42$ est précisé sur cette même fiche et que nous notons avec un tilde pour éviter toute confusion). Cette fiche est destinée à vous aider à vérifier le résultat de vos programmes en les testant avec \tilde{u}_0 au lieu de votre u_0 . Vous indiquerez vos réponses (correspondant à votre u_0) sur la fiche réponse vierge et vous me la remettrez à la fin de l'épreuve. Les cinq questions demandées peuvent être résolues en moins de 11 secondes pour tous ces u_0 .

On prendra garde aux éventuels dépassements de capacité de représentation des entiers en OCAML et en C.

Dans ce sujet, une *norme* est une application $\|\cdot\| : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+$, $(x, y) \mapsto \|(x, y)\|$ qui possède des propriétés que vous étudierez prochainement. Trois exemples de normes sont donnés dans le sujet.

Définition .1

La distance associée à une norme $\|\cdot\|$ est l'application $d : \mathbb{N}^2 \times \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+$, qui a deux points (x, y) et (x', y') associe la quantité $\|(x, y) - (x', y')\| = \|(x - x', y - y')\|$.

Par exemple, les distances associées aux normes définies dans le sujet entre deux points $p = (x, y)$ et $p' = (x', y')$ sont :

- $d_1(p, p') = |x - x'| + |y - y'|$
- $d_2(p, p') = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$
- $d_\infty(p, p') = \max(|x - x'|, |y - y'|)$

Les distances ainsi définies correspondent à différentes notions possibles de « distances ».

Indications

Question 1 Prendre en compte la remarque et vérifier soigneusement que vos résultats sont cohérents avec ceux données par \tilde{u}_0 car toute la suite en dépend.

Question 2 Il s'agit de générer l'ensemble $\mathcal{F}_{n,k}$. On place successivement les foyers aux positions $w_{n,i}$ sauf si un foyer y est déjà présent auquel cas on continue à « avancer dans les i ». On a $\pi_n(k-1)$ qui correspond donc à l'indice de la dernière position que l'on a utilisée pour placer k foyers dans C_n . Il ne faut pas essayer de calculer directement π mais plutôt de générer $\mathcal{F}_{n,k}$ (dont on a besoin par la suite) et d'en déduire ensuite π (dont on a besoin uniquement pour cette question).